

## Capítulo 4

# Representación interna de los Datos



### Objetivos

Los problemas resueltos en los capítulos anteriores no detallan como hace la computadora para manejar la información. A través de los sistemas de representación la computadora puede traducir y comprender los datos que el usuario o programador le ingresa. Luego que esos datos son traducidos la computadora es capaz de operar con ellos.

El objetivo de este capítulo es presentar algunos de los sistemas de representación utilizados por una computadora.



### Temas a tratar

- ✓ Sistemas de Representación.
- ✓ Sistema decimal.
- ✓ Sistema Binario.
- ✓ Sistema Hexadecimal.
- ✓ Ejemplos.
- ✓ Conclusiones.
- ✓ Ejercitación.

## 4.1 Introducción

Desde hace mucho tiempo, el hombre en su vida diaria se expresa, comunica, almacena información, la manipula, etc. mediante letras y números. Para la representación numérica utiliza el sistema de representación decimal, en tanto que, dependiendo del idioma, dispone de un alfabeto que representa estas letras. Siguiendo el mismo principio que guía al hombre, las computadoras tienen su propio sistema de representación. Debido a su construcción basada fundamentalmente en circuitos electrónicos digitales, utiliza un sistema *binario*. Esto obliga a transformar la representación de nuestra información, tanto numérica como alfanumérica, a una representación binaria para que la máquina sea capaz de procesarlos.

Como ejemplo podemos analizar como se trabaja con el concepto de variables visto en el capítulo 3; en el cual la computadora debe encontrar la forma de poder representar un número o el resultado de la suma entre dos números entre otras acciones; para todas estas situaciones existe un sistema de representación interna de los datos.

### 4.1.1 Sistemas de numeración

Se denomina sistema de numeración al conjunto de símbolos y reglas que se utilizan para la representación de datos numéricos o cantidades.

Un sistema de numeración se caracteriza fundamentalmente por su *base*, que es el número de símbolos distintos que utiliza, y además es el coeficiente que determina cuál es el valor de cada símbolo dependiendo de la posición que ocupe.

*Los sistemas de numeración actuales son sistemas posicionales, en los que el valor relativo que representa cada símbolo o cifra de una determinada cantidad depende de su valor absoluto y de la posición relativa que ocupa dicha cifra con respecto a la coma decimal.*

### Teorema Fundamental de la Numeración

Se trata de un teorema que relaciona una cantidad expresada en cualquier sistema de numeración posicional con la misma cantidad expresada en el sistema decimal. Supongamos una cantidad expresada en un sistema cuya base es **B** y representamos por  $x_i$  cada uno de los dígitos que contiene dicha cantidad, donde el subíndice **i** indica la posición del dígito con respecto a la coma fraccionaria, la posición se numera en forma creciente hacia la izquierda y decreciente hacia la derecha de la coma (posición 0), en ambos casos de a 1.

El Teorema Fundamental de la Numeración dice que el valor decimal de una cantidad expresada en otro sistema de numeración, está dado por la fórmula:

$$N^{\circ} = \sum_{i=-m}^n (dígito)_i \times (base)^i$$

donde el número en base B es ... $x_4 x_3 x_2 x_1 x_0 x_{-1} x_{-2}$ ..., o sea

$$N^{\circ} = \dots + x_4 \times B^4 + x_3 \times B^3 + x_2 \times B^2 + x_1 \times B^1 + x_0 \times B^0 + x_{-1} \times B^{-1} + x_{-2} \times B^{-2} + \dots$$

A continuación detallaremos el sistema decimal, binario y hexadecimal.

### Sistema Decimal

El sistema que ha usado el hombre para contar desde hace bastante tiempo es el denominado **sistema decimal**, adoptado por contar con los diez dedos de la mano. El sistema decimal es uno de los denominados posicionales, que utiliza un conjunto de 10 símbolos,  $x_i \in \{0, \dots, 9\}$ . Un valor determinado o cantidad, que se denomina número decimal, se puede expresar por la siguiente fórmula, donde la Base es 10.

**Ejemplo 4.1: ¿Cuál es la interpretación de la representación de la cantidad 3,1416?**

$$3,1416_{(10)} = 3 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3} + 6 \times 10^{-4}$$

### Sistema Binario

El **sistema binario** es el sistema de numeración que utiliza internamente el hardware de las computadoras actuales. La base o número de símbolos que utiliza el sistema binario es 2, siendo los símbolos **0** y **1**, los utilizados para la representación de cantidades.

**Ejemplo 4.2: ¿Qué número decimal representa el número binario 1001,1?**

$$1001,1_{(2)} = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} = 8 + 0 + 0 + 1 + 0,5 = 9,5_{(10)}$$

### Sistema Hexadecimal

Al igual que los anteriores, el **sistema hexadecimal** es un sistema posicional pero que utiliza dieciséis símbolos para la representación de cantidades. Estos símbolos son los siguientes:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

donde las letras A, B, C, D, E, F equivalen a 10, 11, 12, 13, 14 y 15 del sistema decimal respectivamente.

**Ejemplo 4.3: ¿Qué número decimal representa el número hexadecimal 2CA?**

$$2CA_{(16)} = 2 \times 16^2 + C \times 16^1 + A \times 16^0 = 512 + 192 + 10 = 714_{(10)}$$

### 4.1.2 Operaciones de Suma y Resta Binaria

Las operaciones aritméticas son similares a las del sistema decimal, con la diferencia que se manejan sólo los dígitos 0 y 1. Al realizar la suma parcial de dos dígitos, si el resultado excede el valor del máximo dígito (el 1) se debe pasar el sobrante (denominado acarreo) a la suma parcial siguiente hacia la izquierda.

**Ejemplo 4.4: Sumaremos los números binarios 100100 y 10110**

$$\begin{array}{r}
 \text{acarreo} \rightarrow 1 \\
 100100 \\
 + 10110 \\
 \hline
 111010
 \end{array}$$

En la resta binaria hay que tener en cuenta que al realizar las restas parciales entre dos dígitos de idénticas posiciones, uno del minuendo y otro del sustraendo, si el segundo excede al primero, se sustrae una unidad del dígito de más a la izquierda en el minuendo –pedir prestado-. Si el dígito siguiente de la izquierda es 0, se busca en los sucesivos teniendo en cuenta que su valor se multiplica por dos a cada desplazamiento sucesivo a derecha.

**Ejemplo 4.5: restar los números 111100 y 101010**

$$\begin{array}{r}
 10 \\
 111100 \\
 - 101010 \\
 \hline
 010010
 \end{array}$$



¿Cuál será el resultado de la resta entre 111100 y 101011?

### 4.1.3 Rango de representación. Valores mínimo y máximo.

Se denomina *rango de representación* en un sistema determinado, al conjunto de números representables con el mismo. Un sistema de base  $b$  y números de  $n$  dígitos tiene un rango igual a  $b^n$ .

El valor mínimo representable se obtiene cuando los  $n$  dígitos del número son iguales al símbolo de menor valor del sistema, por ejemplo con 4 dígitos, 0000 coincide como mínimo en base 2, 10 o 16. El valor máximo representable se obtiene cuando los  $n$  dígitos del número son iguales al símbolo de mayor valor del sistema, por ejemplo con 4 dígitos, los máximos serán  $1111_2$ ,  $9999_{10}$  o  $FFFF_{16}$ .

#### 4.1.4 Conversiones entre los sistemas de numeración

Se denomina conversión entre números representados en distintos sistemas de numeración a la transformación de una determinada cantidad expresada en uno de dichos sistemas de numeración, a su representación equivalente en el otro sistema.

##### Conversión decimal-binario

El método de conversión de un número decimal a un número binario consiste en efectuar, sobre la parte entera del número decimal, divisiones sucesivas de los cocientes por el número 2, hasta que el cociente entre una de las divisiones tome el valor 0. La unión de todos los restos obtenidos, escritos en orden inverso, nos proporciona ahora el número inicial expresado en sistema binario.

Ejemplo 4.6: Convertir el número decimal 15 a binario.

$$\begin{array}{r}
 15 \div 2 = 7 \text{ resto } 1 \\
 7 \div 2 = 3 \text{ resto } 1 \\
 3 \div 2 = 1 \text{ resto } 1 \\
 1 \div 2 = 0 \text{ resto } 1
 \end{array}$$

Leyendo los restos del último obtenido al primero de ellos, obtenemos:  $1111_2 = 15_{10}$

Para convertir una fracción decimal a su equivalente binario se debe multiplicar dicha fracción por dos, obteniendo en la parte entera del resultado el primero de los dígitos binarios de la fracción que buscamos. A continuación, se repite el proceso con la parte fraccionaria del resultado anterior, obteniendo en la parte entera del nuevo resultado el segundo de los dígitos buscados. El proceso se repite hasta que desaparezca la parte fraccionaria de los resultados parciales (se haga 0) o hasta que tengamos los suficientes dígitos binarios.

Ejemplo 4.7: Se desea convertir la fracción 0,828125 a binario

$$\begin{array}{rcl}
 0,828125 & * & 2 = 1,65625 \\
 0,65625 & * & 2 = 1,3125 \\
 0,3125 & * & 2 = 0,625 \\
 0,625 & * & 2 = 1,25 \\
 0,25 & * & 2 = 0,5 \\
 0,5 & * & 2 = 1
 \end{array}$$

$0,828125_{10} = 0,110101_2$

Un número decimal que posee parte entera y parte fraccionaria (ej. 4,625) puede convertirse a su representación binaria utilizando los 2 mecanismos anteriores, uno para la parte a la izquierda de la coma ( $4_{10} = 100_2$ ) y el otro para la parte a la derecha de la misma ( $,625_{10} = ,101_2$ ). El resultado completo es  $4,625_{10} = 100,101_2$ .

### Conversión hexadecimal-binario y binario-hexadecimal

Cada dígito hexadecimal tiene una representación binaria con cuatro dígitos según indica la Tabla 1.

Dígito hexadecimal	Dígito binario
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Tabla 1

Esta tabla puede ser utilizada para convertir un número hexadecimal a binario. En ésta conversión cada dígito hexadecimal se reemplaza por los cuatro dígitos binarios correspondientes. En la conversión de binario a hexadecimal se realiza un proceso inverso. Se agrupan los dígitos binarios de a 4 a partir de la coma decimal hacia la izquierda y hacia la derecha, sustituyendo cada cuarteto por su correspondiente dígito hexadecimal.

Ejemplo 4.8: Convertir el número hexadecimal 7BA3,BC a binario

7	B	A	3	,	B	C
0 1 1 1	1 0 1 1	1 0 1 0	0 0 1 1	,	1 0 1 1	1 1 0 0

Ejemplo 4.9: Convertir el número binario 1100101001000,1011011 a hexadecimal

0 0 0 1	1 0 0 1	0 1 0 0	1 0 0 0	,	1 0 1 1	0 1 1 0
1	9	4	8	,	B	6

## 4.2 Conclusiones

Hasta aquí se ha presentado en forma sintética los sistemas que maneja la computadora para poder representar los datos que maneja. Para esto la misma utiliza al menos alguno de los sistemas presentados: decimal, binario y hexadecimal.

En este capítulo se han descripto brevemente las características de cada uno de estos sistemas y los mecanismos necesarios para realizar las posibles transformaciones: de un número binario a decimal y viceversa; de hexadecimal a binario a viceversa.



## Ejercitación

En todos los ejercicios indique las cuentas realizadas para obtener el resultado

1. Represente en binario el número  $12_{10}$ .
2. Represente en hexadecimal el número  $60_{10}$ .
3. Transforme el número  $10001111_2$  a decimal.
4. Transforme el número  $10001111_2$  a hexadecimal.
5. ¿Cuál es el resultado en binario de la suma entre  $10101101_2$  y  $00010101_2$ ?
6. ¿Cuál es el resultado en binario de la resta entre  $11101101_2$  y  $00010100_2$ ?
7. ¿Cuál es el resultado en decimal de la suma entre  $3B_{16}$  y  $3C_{16}$ ?
8. Represente en binario el número  $1327_{10}$ .
9. Represente en hexadecimal el resultado de  $895_{10} + 101_2$ .
10. Transforme el número  $01001011_2$  a decimal.
11. ¿Cuáles de estos dos números es mayor en el sistema decimal  $1011101_2$  ó  $5B_{16}$ ?
12. Indique que operación da como resultado el número más alto:
  - a.  $15_{10} + CDC_{16}$
  - b.  $00111010_2 + 5D_{16}$
  - c.  $AACF_{16} + 11101011_2$
- 13.Cuál de estos números es menor:
  - a.  $A5DE_{16}$
  - b.  $00111010_2$
  - c.  $010011110001_2$
  - d.  $12CF_{16}$
14. Convierta a decimal los resultados de las siguientes operaciones:
  - a.  $A5DE_{16} + 01111010_2$
  - b.  $010100110001_2 + 13AF_{16}$
- 15.Cuál de estas operaciones da el número mayor:
  - a.  $10111010_2 + 00111111_2$
  - b.  $01111001_2 + CA_{16}$
  - c.  $12CD_{16} + 120_{10}$